Prof. Dr. Alfred Toth

Stirlingzahlen 2. Art als kombinatorische Filter

1. Wie bekannt, werden in der Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986) die Peanozahlen drei bereits von Na, von Foerster und Günther (1964) eingeführten Mengenabbildungen unterzogen. Diese sog.[1] qualitativen Zahlen werden seit Günther als Proto-, Deutero- und Tritozahlen bezeichnet. Zählt man traditionell die Kontexturen mit Peanozahlen, so ergeben sich mit wachsendem n immer mehr qualitative Zahlen, die auf 1 Peanozahl abgebildet wird; vgl. die folgende Tabelle nach Kronthaler (1986, S. 34).

Protozahlen	Deuterozahlen	Tritozahlen	Kontextur
0	0	0	K = 1
--			
00	00	00	
01	01	01	K = 2
--			
000	000	000	
001	001	001	
—	—	010	
—	—	011	
012	012	012	K = 3
--			
0000	0000	0000	
0001	0001	0001	
—	—	0010	

[1] Kotzmann hat nicht unrecht, wenn er bemerkt: „Faktum bleibt: In allen drei kenogrammatischen Ebenen wird traditionelle Mathematik betrieben. Das Argument, in der Kenogrammatik gelte der Satz von der Identität nicht mehr, es werde ein logischer Bereich eröffnet, halte ich deshalb für überzogen“ (1994, S. 130)

—	0011	0011	
0012	0012	0012	
—	—	0100	
—	—	0101	
—	—	0102	
—	—	0110	
—	—	0111	
—	—	0112	
—	—	0120	
—	—	0121	
—	—	0122	
0123	0123	0123	K = 4

Während also K = 1 noch 1 Proto-, 1 Deutero- und 1 Tritozahl entspricht, entsprechen K = 4 also bereits 25 Trito-Zahlen, usw. Das Wachstum für K folgt demjenigen der Bellzahlen, d.h. der Summen der Stirlingzahlen 2. Art.

2. Auf den ersten Blick sieht es also so aus, als würden durch die mengentheoretischen Abbildungen der Peanozahlen mehr Zahlen erzeugt. Tatsächlich ist es aber so, daß diese drei Arten von Partitionierungen Filter sind, welche Mengen von nicht-partitionierten Peanozahlen reduzieren. Wir zeigen das im folgenden anhand der Tritozahlen für K = 4. Wie bekannt, wird in der qualitativen Mathematik die Qualität ja durch die Länge der Kontextur definiert, d.h. durch das n in K = n. Innerhalb jeder Kontextur darf eine Zahl nur nach den Gesetzen der drei Abbildungen den Platz wechseln. Für jede neue Kontextur darf nur ein neuer Wert hinzugenommen werden. Damit wird also die Menge der Permutationen einer Peanozahl n, P(n), mit wachsendem K = 4 dramatisch eingeschränkt.

Im folgenden sollen alle möglichen 4-stelligen Permutationen für 1, 2, 3 und 4 Werte aufgezeigt und hernach durch den Normalformoperator N auf das entsprechende Morphogramm, d.h. die Stirlingzahl 2. Art, abgebildet werden. Ab 2 Werten werden zusätzlich qualitative Differenzen eingeführt.

2.1. 1-wertige Sequenzen

0000 → 0000

2.2. 2-wertige Sequenzen

2.2.1. Neuer Wert nicht-iteriert

0001 → 0001

0010 → 0010

0100 → 0100

1000 → N(1000) = (0001)

2.2.2. Neuer Wert quantitativ iteriert

0011 → 0011

0101 → 0101

0110 → 0110

1100 → N(1100) = 0011

2.2.3. Neuer Wert qualitativ iteriert

0012 → 0012

0021 → N(0021) = 0012

0102 → 0102

0201 → N(0201) = 0102

1200 → N(1200) = 0122

2100 → N(2100) = 0122

2.3. 3-wertige Sequenzen

0123 → 0123

0132 → N(0132) = 0123

$0213 \rightarrow \quad N(0213) = 0123$

$0231 \rightarrow \quad N(0231) = 0123$

$0312 \rightarrow \quad N(0312) = 0123$

$0321 \rightarrow \quad N(0321) = 0123$

$1023 \rightarrow \quad N(1023) = 0123$

$1032 \rightarrow \quad N(1032) = 0123$

$1203 \rightarrow \quad N(1203) = 0123$

$1230 \rightarrow \quad N(1230) = 0123$

$1302 \rightarrow \quad N(1302) = 0123$

$1320 \rightarrow \quad N(1320) = 0123$

$2013 \rightarrow \quad N(2013) = 0123$

$2031 \rightarrow \quad N(2031) = 0123$

$2103 \rightarrow \quad N(2103) = 0123$

$2130 \rightarrow \quad N(2130) = 0123$

$2301 \rightarrow \quad N(2301) = 0123$

$2310 \rightarrow \quad N(2310) = 0123$

$3012 \rightarrow \quad N(3012) = 0123$

$3021 \rightarrow \quad N(3021) = 0123$

$3102 \rightarrow \quad N(3102) = 0123$

$3120 \rightarrow \quad N(3120) = 0123$

$3201 \rightarrow \quad N(3201) = 0123$

$3210 \rightarrow \quad N(3210) = 0123,$

d.h. allein von den 4! = 24 Permutationen der Tritozahl (0123) sind 23 durch N herausgefiltert, da sie mit (0123) trito-äquivalent sind. Unter diesem Filter-Aspekt stellt sich natürlich die Frage, welche Bedeutung diese Erkenntnis für die n! Permutationen n-wertiger Hamiltonzyklen habe, die Günther (1980) in die polykontexturale Logik eingeführt hatte. Nach ihm entspricht ja jede Permutation -–und also nicht nur die Trito-Sequenzen unter ihnen – einem „Wort“

einer „Negativsprache". Diese Wörter sind somit alle trito-äquivalent. Was aber ist dann ihr logischer, mathematischer und semiotischer Status?

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Kotzmann, Ernst, Einige Frage zum logischen Ansatz Gotthard Günthers. In: ders. (Hrsg.), Gotthard Günther – Technik, Logik, Technologie. München 1994, S. 127-143

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Na, H.S.H., Heinz von Foerster und Gotthard Gotthard, On Structural Analysis of Many Valued Logic. Dept. of Electrical Engineering, BCL Report 7.1, April 1964, University of Illinois, Urbana, IL.

21.7.2019